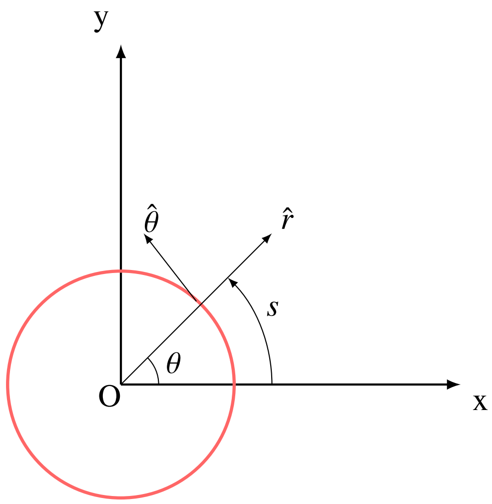
Capítulo 8

Cinemática de rotações

Paula Ferreira: psfer@pos.if.ufrj.br

8.1. Movimento Circular uniforme



$$s = r\theta \tag{1}$$

Lei horária do MRU:

$$s = s_0 + v(t - t_0) \tag{2}$$
$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{3}$$
$$\vec{v} = v\hat{\theta} \tag{4}$$

O período do movimento é:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \tag{5}$$

$$f = \frac{1}{T} \tag{6}$$

8.1.1. Lei horária

$$\theta = \theta_0 + \omega(t - t_0) \tag{7}$$

ω é a velocidade angular

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{8}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \tag{9}$$

$[\omega]$: rad/s ou s^{-1}.

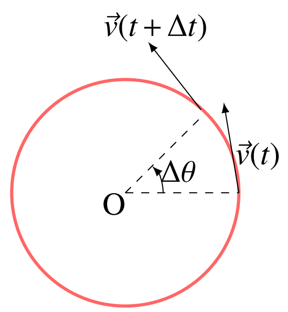
Substituindo (5) em (8), temos:

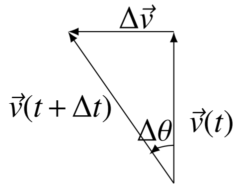
$$\vec{v} = \omega r \hat{\theta} \tag{10}$$

A velocidade linear cresce linearmente com o raio.

Embora tenha $|\vec{v}| = cte$, o MCU é movimento acelerado. A aceleração centrípeta só muda direção de $\vec{v}$.

8.1.2. Aceleração centrípeta





$$|\vec{v}| \approx |\vec{v}||\Delta\vec{\theta}| \tag{11}$$

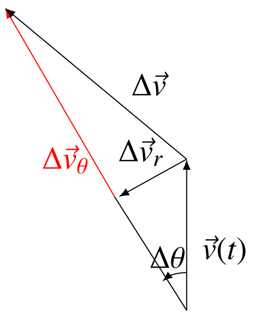
$$|\vec{a}_c| = \lim_{t\to 0} \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} \approx |\vec{v}| \lim_{\Delta t\to 0} \frac{|\Delta\vec{\theta}|}{\Delta t} \tag{12}$$

$$|\vec{a}_c| = v\omega \tag{13}$$

$$\vec{a} = -|\vec{a}|\hat{r} = -\omega^2 r\hat{r} = -\frac{v^2}{r}\hat{r} \tag{14}$$

8.2. Aceleração tangencial e normal

Agora vamos estudar um movimento não-uniforme, ou seja, o módulo da velocidade varia com o tempo.



A componente radial da aceleração é:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\left[\frac{\Delta\vec{v}_r}{\Delta t}\right] = -\omega^2 r\hat{r} \tag{15}$$

$$\vec{a}_r = -r\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)^2\hat{r} \tag{16}$$

A componente angular é:

$$\vec{a}_\theta = \lim_{\Delta\to 0}\left[\frac{\Delta\vec{v}_\theta}{\Delta t}\right] = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\hat{\theta} \tag{17}$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = r\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = r\alpha \tag{18}$$

α é a aceleração angular.

$$\vec{a} = a_r\hat{r} + a_\theta\hat{\theta} \tag{19}$$

A aceleração radial é:

$$a_r = -\omega^2 r = -r\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)^2 = -\frac{v^2}{r} \tag{20}$$

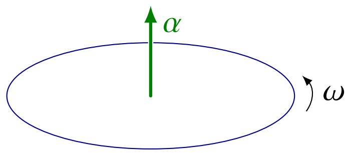
e a aceleração tangencial é:

$$a_\theta = \alpha r = r\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \tag{21}$$

Exemplo 9.6 Y& F.

8.3. MCU Acelerado

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = cte \tag{22}$$



$$\omega_0 = \left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)\Big|_{t=t_0} \tag{23}$$

$\theta_0 = \theta(t_0)$

Analogamente ao movimento uniformemente acelerado, temos:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0(t-t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t-t_0)^2 \tag{24}$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha(t-t_0) \tag{25}$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta-\theta_0) \tag{26}$$

8.4. Regra da mão direita

Produto vetorial está na primeira nota de aula "Apresentação e vetores".

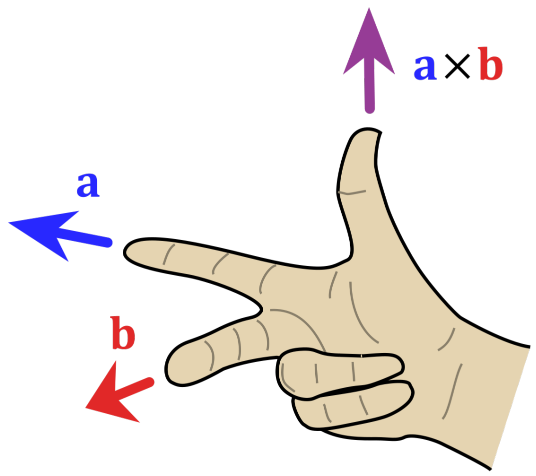


Figura 8.1

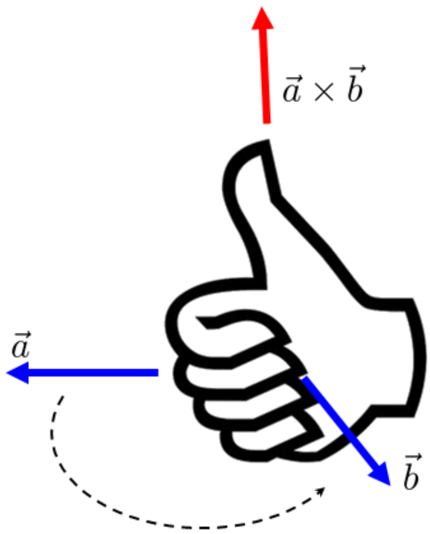
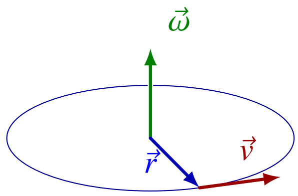


Figura 8.2

8.5. Velocidade tangencial e angular

Até agora obtivemos o módulo de $\vec{v}$, mas o vetor é resultado do produto vetorial entre $\vec{\omega}$ e o raio $\vec{r}$.

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \tag{27}$$



Referências

[1] Herch Moysés Nussenzveig. *Curso de fisica básica: Mecânica (vol. 1)*. Vol. 394. Editora Blucher, 2013.

[2] Hugh D Young, A Lewis Ford e Roger A Freedman. *Física I Mecânica*. 2008.