

Capítulo

5

Trabalho e energia

Paula Ferreira: psfer@pos.if.ufrj.br

5.1. A equação de Torricelli

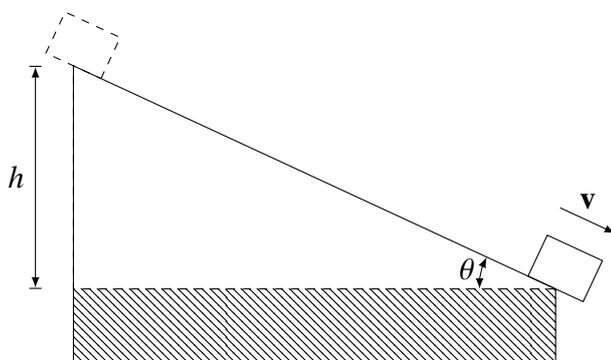
$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta y \quad (1)$$

- Relaciona velocidade e deslocamento
- A velocidade adquirida por um corpo em queda livre a partir do repouso, após cair de uma altura h é:

$$v^2 = 0 + 2gh \quad (2)$$

$$v = \sqrt{2gh} \quad (3)$$

Suponha, agora, que uma massa m seja lançada com velocidade inicial v_0 ao longo de um plano inclinado de inclinação θ e comprimento ℓ , sem atrito:



Sabemos que $a = g \sin \theta$, então

$$v^2 = v_0^2 + 2a\ell \quad (4)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2g \sin \theta \ell \quad (5)$$

$$\ell \sin \theta = h \quad (6)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2gh \quad (7)$$

Se $v_0 = 0$, $v = \sqrt{2gh}$.

"As velocidades adquiridas pelo mesmo corpo descendo ao longo de planos de inclinações diferentes são iguais quando as alturas são iguais."(Galileu)

5.2. Trabalho e energia cinética

Utilizando a equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2ad \quad (8)$$

$$F = ma \quad (9)$$

$$a = F/m \quad (10)$$

(10) \rightarrow (8)

$$v^2 = v_0^2 + 2\frac{F}{m}d \quad (11)$$

$$m(v^2 - v_0^2) = 2Fd \quad (12)$$

$$Fd = \frac{m(v^2 - v_0^2)}{2} \quad (13)$$

Definimos a energia cinética:

$$K := \frac{mv^2}{2} \quad (14)$$

O trabalho é a energia transferida para deslocar um corpo de uma posição a outra.

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} \quad (15)$$

De (13), obtemos o teorema trabalho-energia:

$$W = \Delta K = K - K_0 \quad (16)$$

O trabalho realizado por uma força para deslocar um corpo de massa m por uma distância d é igual à variação da energia cinética.

5.2.0.1. Lançamento vertical

Considere dois casos: (1) soltar uma bolinha de uma altura h , (2) soltar uma bolinha de um plano inclinado como o anterior com altura h .

(1):

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = (-mg\hat{\mathbf{j}}) \cdot h(-\hat{\mathbf{j}}) = mgh \quad (17)$$

(2)

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = (mg \sin \theta \hat{\mathbf{i}}) \cdot \ell \hat{\mathbf{i}} = mg \sin \theta \frac{h}{\sin \theta} = mgh \quad (18)$$

Trabalho da força peso não depende do caminho.

5.2.1. Trabalho

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} \quad (19)$$

$$W > 0 \text{ se } 0 \leq \theta < \pi/2$$

$$W = 0 \text{ se } \theta = \pi/2$$

$$W < 0 \text{ se } \pi/2 < \theta \leq \pi$$

O trabalho total realizado por diversas forças, é a soma algébrica de todos os trabalhos realizados pelas forças, individualmente.

5.2.2. MCU

$$a_c = \frac{v^2}{R} \quad (20)$$

$$W = \left(m \frac{v^2}{R}\right) (-\hat{r}) \cdot \hat{\theta} 2\pi r = 0 \quad (21)$$

Força centrípeta não realiza trabalho.

5.3. Trabalho de uma força variável

Força que varia à medida que a partícula se desloca.

$$\vec{F} = F(x)\hat{\mathbf{x}} \quad (22)$$

Deslocamento infinitesimal em torno de uma posição x , tal que a força permaneça praticamente constante.

$$W_i = F(x_i)\Delta x_i \quad (23)$$

$$W_{x_0 \rightarrow x_1} = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} F(x_i)\Delta x_i \quad (24)$$

$$W_{x_0 \rightarrow x_1} = \int_{x_0}^{x_1} F(x)dx \quad (25)$$

Referências

- [1] Herch Moysés Nussenzveig. *Curso de física básica: Mecânica (vol. 1)*. Vol. 394. Editora Blucher, 2013.
- [2] Hugh D Young, A Lewis Ford e Roger A Freedman. *Física I Mecânica*. 2008.