Capítulo 5

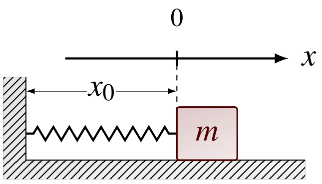
Trabalho e energia

Paula Ferreira: psfer@pos.if.ufrj.br

5.1. Trabalho de uma força variável

$$W_{x_0 \to x_1} = \int_{x_0}^{x_1} F(x)\mathrm{d}x \tag{1}$$

5.1.1. Aplicação à Lei de Hooke



$$F = -kx \tag{2}$$

$$W_{x_0 \to x_1} = \int_{x_0}^{x_1} F(x)\mathrm{d}x \tag{3}$$

$$W_{x_0 \to x_1} = -k\int_{x_0}^{x_1} x\mathrm{d}x \tag{4}$$

$$W_{x_0 \to x_1} = -\frac{k}{2}(x_0 + x_1)(x_1 - x_0) \tag{5}$$

$W_{x_0 \to x_1} < 0$ quando aumenta a deformação da mola.

$W_{x_0 \to x_1} > 0$ quado diminui a deformação da mola.

5.1.2. Força variável

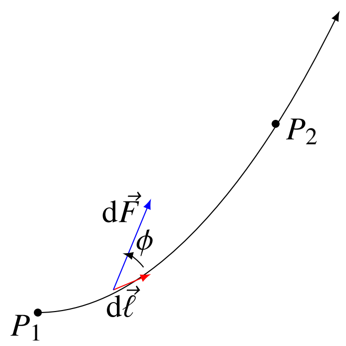
$$F = ma = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \tag{6}$$

$$W_{x_0\to x_1} = \int_{x_0}^{x_1} F\mathrm{d}x \tag{7}$$
$$= \int_{x_0}^{x_1} m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}x \tag{8}$$
$$= \int_{x_0}^{x_1} m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}v\mathrm{d}t = \int_{x_0}^{x_1} mv\mathrm{d}v \tag{9}$$

$$W_{x_0\to x_1} = m\left(\frac{v_1^2}{2} - \frac{v_0^2}{2}\right) = \Delta K \tag{10}$$

5.1.3. Trabalho ao longo de uma curva

$$\mathrm{d}W = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{\ell} \tag{11}$$
$$W = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{\ell} \tag{12}$$



$$W = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F}_{\parallel}\cdot\mathrm{d}\vec{\ell} \tag{13}$$
$$W = \int_{P_1}^{P_2} F\cos\phi\mathrm{d}\ell \tag{14}$$

- Exemplo 6.8 Young & Freedman

5.2. Potência

Unidade de medida:$J/s = W$

Potência média:

$$P_m\frac{\Delta W}{\Delta t} \tag{15}$$

Potência instantânea:

$$P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \tag{16}$$

$$P_m = \frac{F_{\|}\Delta d}{\Delta t} = F_{\|}v_m \tag{17}$$

então,

$$P = F_{\|}v \tag{18}$$
$$P = \vec{F}\cdot\vec{v} \tag{19}$$

5.3. Conservação de energia

5.3.1. Máquina de Atwood (somente forças gravitacionais)

Sabemos do exercício que fizemos de revisão que

$$a = \left(\frac{M-m}{M+m}\right)g \tag{20}$$

Aplicando a equação $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta y$

$$v_1^2 = 2a(z_1 - z_0) + v_0^2 \tag{21}$$

$$v_2^2 = 2(-a)(Z_1 - Z_0) + V_0^2 \tag{22}$$

Aplicando (20) em (21) e (22):

$$v_1^2 = v_0^2 + 2\left(\frac{M-m}{M+m}\right)g(z_1 - z_0) \tag{23}$$
$$v_2^2 = V_0^2 - 2\left(\frac{M-m}{M+m}\right)g(Z_1 - Z_0) \tag{24}$$

Rearranjando as equações, temos:

$$\frac{1}{2}(v_1^2 - v_0^2) = \left(\frac{M-m}{M+m}\right)g(z_1 - z_0) \tag{25}$$
$$= g(z_0 - z_1) - \frac{2M}{M+m}g(z_0 - z_1) \tag{26}$$

$$\frac{1}{2}(V_1^2 - V_0^2) = g(Z_0 - Z_1) - \frac{2M}{M+m} g(Z_0 - Z_1) \tag{27}$$

$$\frac{v_1^2}{2} + gz_1 = \frac{v_0^2}{2} + gz_0 - \frac{2Mg}{M+m}(z_0 - z_1) \tag{28}$$

$$\frac{V_1^2}{2} + gZ_1 = \frac{V_0^2}{2} + gZ_0 - \frac{2Mg}{M+m}(Z_0 - Z_1) \tag{29}$$

Pelas equações anteriores;

$$\left(\frac{1}{2}mv_1^2 + mgz_1\right) + \left(\frac{1}{2}mV_1^2 + mgZ_1\right) = \left(\frac{1}{2}mv_0^2 + mgz_0\right) + \left(\frac{1}{2}mV_0^2 + mgZ_0\right) \tag{30}$$

Para um sistema de partículas sob a ação de $\vec{g}$:

$$\sum \left(\frac{1}{2}mv^2 + mgz\right) \tag{31}$$

se conserva.

Essa grandeza escalar é a energia mecânica:

$$E := \sum \left(\frac{mv^2}{2} + mgz\right) \tag{32}$$

5.3.2. Interpretação física

Um objeto de massa m partindo do repouso de uma altura z_0

$$E_0 = mgz_0 \tag{33}$$

$$E = \frac{mv^2}{2} = K \tag{34}$$

Dizemos que $U = mgz_0$ é a energia potencial gravitacional.

Então podemos escrever:

$$E = K + U \tag{35}$$

Conservação de energia:

$$E_{inicial} = E_{final} \tag{36}$$

$$K_0 + U_0 = K + U \tag{37}$$

$$\Delta K = -\Delta U \tag{38}$$

-Exemplo 7.1 Young & Freedman.

Quando forças além da gravidade realizam trabalho

$$\begin{aligned} W_{outra} + W_{grav} &= \Delta K \\ W_{grav} &= -\Delta U \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{outra} + K_0 + U_0 &= K_1 + U_1 \\ W_{outra} + \frac{mv_0^2}{2} + mgy_0 &= \frac{mv_1^2}{2} + mgy_1 \end{aligned}$$

$$W_{total,ext} = \Delta E \tag{39}$$

Exemplo 7.2 Y&F

5.3.3. Energia potencial numa trajetória curva

Já vimos que o trabalho da força gravitacional não muda com a trajetória.

Exemplo conceitual 7.3

Referências

[1] Herch Moysés Nussenzveig. *Curso de fisica básica: Mecânica (vol. 1)*. Vol. 394. Editora Blucher, 2013.

[2] Hugh D Young, A Lewis Ford e Roger A Freedman. *Fısica I Mecânica*. 2008.