Capítulo 5

Trabalho e energia

Paula Ferreira: psfer@pos.if.ufrj.br

5.1. Energia potencial elástica

Da mesma forma que a energia potencial gravitacional. Um trabalho é realizado sobre o sistema, o qual posteriormente, é convertido em energia cinética.

Para uma mola com posição de equilíbrio x_0, a força $F = -kx > 0$ quando empurra-se o bloco para $x < x_0$ e $F < 0$, quando puxa o bloco para $x > x_0$.

O trabalho realizado de x para x_0 é

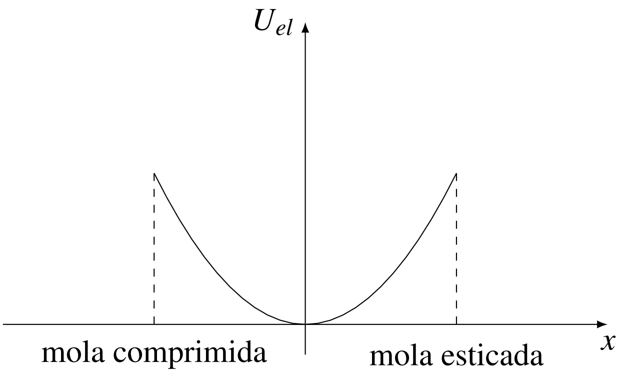
$$W = -\int_{x}^{x_0} kx\mathrm{d}x \tag{1}$$

$$W = \frac{k}{2}(x^2 - x_0^2) \tag{2}$$

Definimos a energia potencial elástica como

$$U_{el} = \frac{kx^2}{2} \tag{3}$$

Diferente da energia potencial gravitacional, não podemos escolher o U_0 arbitrariamente. U_0 é onde a mola não está nem comprimida, nem esticada.



5.1.1. Força elástica e conservação de energia

O teorema trabalho-energia afirma que $W_{tot} = \Delta K$, qualquer seja o tipo de força.

$$W_{el} = -\Delta U = \Delta K \tag{4}$$
$$K_1 + U_{el1} = K_2 + U_{el2} \tag{5}$$
$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{kx_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{kx_2^2}{2} \tag{6}$$

5.1.2. Situação com gravidade e força elástica

$$\Delta E = 0 \tag{7}$$
$$\Delta K + \Delta U_{el} + \Delta U_{grav} = 0 \tag{8}$$

Se outra força estiver atuando:

$$W_{ext} = \Delta E \tag{9}$$

-Exemplo 7.9 Y&F.

5.2. Forças conservativas e não conservativas

Forças conservativas: são capazes de converter energia cinética em potencial e fazer a conversão contrária. O trabalho é sempre reversível. Exemplos: gravitacional, elástica, força elétrica.

O trabalho de uma força conservativa é dado por:

- É dado por $-\Delta U$;
- É reversível;
- Independe da trajetória, dependendo apenas da posição inicial e final;
- Num ciclo, o trabalho é zero.
- $\Delta E = 0$.

Forças não-conservativas: o trabalho não pode ser escrito por nenhuma função que forneça a energia potencial. Exemplo: força de atrito cinético. Quando uma força produz perda de energia mecânica é chamada de força dissipativa.

5.2.1. Conservação de energia mecânica no movimento unidimensional

Supondo que $F = F(x)$

$$\Phi(x) = \int_{x_0}^{x} F(u)\mathrm{d}u = W_{x_0 \to x} \tag{10}$$

$$\Phi(x_2) - \Phi(x_1) = \int_{x_1}^{x_0} F(u)\mathrm{d}u + \int_{x_0}^{x_2} F(u)\mathrm{d}u = \int_{x_1}^{x_2} F(u)\mathrm{d}u = W_{x_1 \to x_2} \tag{11}$$

Temos então a função energia potencial:

$$U(x) = -\Phi(x) = -\int_{x_0}^{x} F(u)\mathrm{d}u \tag{12}$$

Escolhendo $U(x_0) = U_0 = 0$:

- gravitação, $U = 0$ em $r \to \infty$
- $U(y) = 0$ em $y = 0$

$$\Delta\Phi = \Phi(x + \Delta x) - \Phi(x) \tag{13}$$

$$\Phi(x + \Delta x) - \Phi(x) \simeq F(x)\Delta x \tag{14}$$

$$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}x} = F(x) \tag{15}$$

Teorema fundamental do cálculo integral: a derivada da integral em relação ao extremo superior é igual ao valor do integrando nesse extremo.

$$F(x) = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x} \tag{16}$$

Exemplo:

$$U(z) = mgz \tag{17}$$

$$F = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x} = -mg \tag{18}$$

$$U(x) = \frac{kx^2}{2} \tag{19}$$

$$F = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x} = -kx \tag{20}$$

Podemos integrar

$$\int_{x_0}^{x_1} F(x)\mathrm{d}x = W_{x_0\to x_1} = U_1 - U_0 \tag{21}$$

$$\int_{x_1}^{x_0} F(x)\mathrm{d}x = W_{x_1}^{x_0} = -\int_{x_0}^{x_1} F(x)\mathrm{d}x = U_1 - U_0 \tag{22}$$

O trabalho total realizado numa "viagem de ida e volta"é nulo (força conservativa).

5.3. Discussão qualitativa

Considere a força conservativa $F(x)$

$$F(x) = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x} \tag{23}$$

Figura 6.15 Moysés:

- $F > 0$, entre x_1, x_2, x_3
- $F < 0$, entre x_3, x_4, x_5
- $F = 0$ em x_3
- $F = 0$ em x_5
- $F = 0$ entre x_7, x_8

$F = 0$ são pontos de equilíbrio:

- x_3 ponto de equilíbrio estável (qualquer desvio faz a partícula voltar para o ponto de equilíbrio)
- x_5 ponto de equilíbrio instável (qualquer desvio faz a partícula sair do ponto de equilíbrio)
- x_8 pontos de equilíbrio indiferentes (se deslocar a partícula permaneça na nova posição)

5.3.1. Movimento a uma energia E dada

$$E = \frac{mv^2}{2} + U(x) \tag{24}$$

Portanto, as regiões acessíveis ao movimento são:

$$U(x) \leq E \tag{25}$$

Quando $v = 0$, $U(x) = E$.

5.3.2. Figura 6.16 Moysés

Para haver movimento $E > E_0$, que são pontos de retorno ou pontos de inversão. As regiões proibidas são onde a energia cinética da partícula seria negativa. As regiões de mínimo são chamadas de poços de potencial.

$E = E_1$ a região acessível é $x_7 \leq x_9$, o movimento é limitado. A energia cinética é máxima em x_8

$E_1 \leq E \leq E_3$ há dois movimentos oscilatórios possíveis, entre os dois poços.

Em E_3, uma das regiões acessíveis é $-\infty < x \leq x_3$, de movimento ilimitado.

Com $E_4 \leq E \leq E_6$, não há movimento oscilatório. Em E_6, o movimento é ilimitado em ambos os sentidos.

Referências

[1] Herch Moysés Nussenzveig. *Curso de fisica básica: Mecânica (vol. 1).* Vol. 394. Editora Blucher, 2013.

[2] Hugh D Young, A Lewis Ford e Roger A Freedman. *Fısica I Mecânica.* 2008.